Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Саткинский медицинский техникум»

Утверждаю:
Приказ № 129
Директор ГБПОУ
«Саткинский медицинский техникум»
О.С. Галлямова
«10» июня 2022 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

учебной дисциплины

ОДБ.05Математика

по специальности

34.02.01Сестринское дело

г. Сатка
2022-2026

Фонд оценочных средств дисциплины учебной дисциплины по специальности 34.02.01 Сестринское дело разработана в соответствии с примерной программой общеобразовательной учебной дисциплины для профессиональных образовательных организаций.

Рекомендовано Федеральным государственным автономным учреждением «Федеральный институт развития образования» (ФГАУ «ФИРО») в качестве примерной программы для реализации основной профессиональной образовательной программы СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего образования (Протокол № 3 от 21 июля 2015 г. Регистрационный номер рецензии 375 от 23 июля 2015 г. ФГАУ «ФИРО»).

Организация-разработчик ГБПОУ «Саткинский медицинский техникум»

Разработчик: Валеев Р.Ф. – преподаватель

Рассмотрена на заседании предметно-цикловой комиссии общих гуманитарных социально-экономических, общих профессиональных и естественнонаучных дисциплин

Протокол № 11 от «09» июня 2022г.
Председатель_____ Р.Ф. Дмитренко

Утверждена:
Зам.директора по УР_____ А.Н.Гильмиярова

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОГЛАВЛЕНИЕ 3
ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА 4
1.ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ 5
2. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ 8
3. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУШЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ 9
3.1 Типовые задания для оценки знаний Л 1-8; М 1-6; П 1-4, 8. 9
3.2 Типовые задания для оценки знаний Л 1-8; М 1-6; П 1-4, 8 13
3.3 Типовые задания для оценки знаний Л 1-8; М 1-6; П 1-3, 5, 8..... 15
3.4 Типовые задания для оценки знаний Л 1-8; М 1-6; П 1-3, 7, 8..... 17
3.5 Типовые задания для оценки знаний Л 1-8; М 1-6; П 1-3, 6, 8..... 18
4. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ 20
4.1 Вопросы к экзамену: 20
4.2 Задания к экзамену 21
5. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЭКЗАМЕНА..... 57
Приложение 1 58
ШАБЛОН БЛАНКА ЭКЗАМЕНА..... 58
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ: 59

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «ОДБ.05 Математика». Перечень видов оценочных средств соответствует Рабочей программе дисциплины.

Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме задач и промежуточной аттестации в форме задач к экзамену.

Структура и содержание заданий – задания разработаны в соответствии с рабочей программой дисциплины «ОДБ.05 Математика».

1.ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Освоение содержания учебной дисциплины «ОДБ.05 Математика» обеспечивает достижение студентами следующих **результатов:**

личностных:

1. сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
2. понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
3. развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
4. овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
5. готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
6. готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
7. готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
8. отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

метапредметных:

1. умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
2. умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3. владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4. готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

5. владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

6. целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметных:

1. сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;

2. сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

3. владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

4. владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

5. сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

6. владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

7. сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в

реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

8. владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

Формой промежуточной аттестации по учебной дисциплине ОДБ.05Математика является **экзамен.**

2. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате текущей аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний.

Таблица 1

Раздел / тема учебной дисциплины	ПроверяемыеУ, З.	Форма текущего контроля и оценивания
Раздел 1. Алгебра	Л 1-8; М 1-6; П 1-4, 8.	КИМы по разделу 1 в форме задач
Раздел 2. Основы тригонометрии.	Л 1-8; М 1-6; П 1-4, 8.	КИМы по разделу 2 в форме задач
Раздел 3. Начала математического анализа.	Л 1-8; М 1-6; П 1-3, 5, 8.	КИМы по разделу 3 в форме задач
Раздел 4. Комбинаторика, статистика и теория вероятности.	Л 1-8; М 1-6; П 1-3, 7, 8.	КИМы по разделу 4 в формезадач.
Раздел 5. Геометрия.	Л 1-8; М 1-6; П 1-3, 6, 8.	КИМы по разделу 5 в форме задач.

3. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУШЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Типовые задания для оценки знанийЛ 1-8; М 1-6; П 1-4, 8.

КИМы по разделу 1.Алгебра.

Дайте развернутое решение и ответ.

Решите следующие неравенства:

1. $\frac{3x^2-108}{2x^2-392} < 0$

$3x^2-108=0$

$3x^2=108$

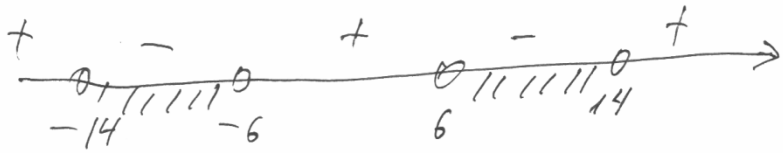
$x^2=36$

$x=\pm 6$

$2x^2=392$

$x^2=196$

$x=\pm 14$



Ответ: $(-14;\ -6) \cup (6; 14)$.

2. $\frac{x^2+13x+30}{x-1} > 0$

$x^2+13x+30=0$

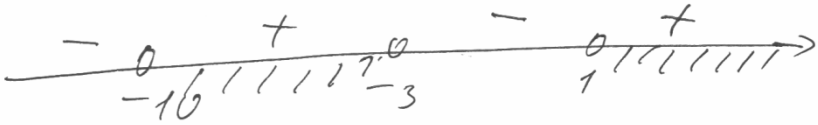
$D=13^2-4\cdot1\cdot30=49$

$x_1=\frac{-13-7}{2\cdot1}=-10$

$x_2=\frac{-13+7}{2\cdot1}=-3$

$x-1=0$

$x=1$



Ответ: $(-10; -3) \cup\ (1;\ +\infty\ )$.

Решите следующие иррациональные уравнения:

3. $\sqrt{2x+2} = \frac{2x-5}{\sqrt{x+2}}$

$$\sqrt{2x+2}\cdot\sqrt{x+2}=2x-5$$

$$\sqrt{(2x+2)(x+2)}=2x-5$$

$$(2x+2)(x+2)=(2x-5)^2$$

$$2x^2+2x+4x+4=4x^2-20x+25$$

$$4x^2-20x+25-2x^2-2x-4x-4=0$$

$$2x^2-26x+21=0$$

$$D=(-26)^2-4\cdot2\cdot21=508$$

$$x_{1,2}=\frac{26\pm\sqrt{508}}{2\cdot2}=\frac{26\pm\sqrt{508}}{4}$$

Ответ: $\frac{26\pm\sqrt{508}}{4}$.

4. $\sqrt{5x^2-5x+9}=2x+1$

$$\sqrt{5x^2-5x+9}^2=(2x+1)^2$$

$$5x^2-5x+9=4x^2+4x+1$$

$$5x^2-5x+9-4x^2-4x-1=0$$

$$x^2-9x+8=0$$

$$D=(-9)^2-4\cdot1\cdot8=49$$

$$x_1=\frac{9-7}{2\cdot1}=1$$

$$x_2=\frac{9+7}{2\cdot1}=8$$

Ответ: 1; 8.

Решите логарифмические уравнения:

5. $\lg(x+3)=3-2\lg 5$

$$\lg(x+3) + 2\lg 5 = 3$$

$$\lg(x+3) + \lg 5^2 = 3$$

$$\lg(25(x+3)) = \lg 1000$$

$$25(x+3) = 1000$$

$$25x + 75 = 1000$$

$$25x = 1000 - 75$$

$$25x = 925$$

$$x = 37$$

Ответ: 37.

6. $\log_3(x+5) = \log_3(x-3) + 2$

$$\log_3(x+5) - \log_3(x-3) = 2$$

$$\log_3 \frac{x+5}{x-3} = 2$$

$$\frac{x+5}{x-3} = 3^2$$

$$x+5 = 9(x-3)$$

$$x+5 = 9x - 27$$

$$9x - 27 - x - 5 = 0$$

$$8x - 32 = 0$$

$$8x = 32$$

$$x = 4$$

Ответ: 4.

Решите следующие системы уравнений:

7. $\begin{cases} y - x = 7 \\ 3^x * 3^{2(y-1)} = 27 \end{cases}$

$$\begin{cases} y = x + 7 \\ 3^{x + 2(y-1)} = 3^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 7 \\ x + 2(y-1) = 3 \end{cases}$$

$y = x + 7$

$x + 2y - 2 = 3$

$x + 2(x+7) - 2 = 3$

$x + 2x + 14 - 2 - 3 = 0$

$3x + 9 = 0$

$3x = -9$

$x = -3$

$y = -3 + 7 = +4$

Ответ: -3; 4.

8. $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2^y = 200 \cdot 5^x \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 1 - y \\ 2^y = 200 \cdot 5^x \end{cases}$$

$$2^y = 200 \cdot 5^{1-y}$$

$$2^y = 200 \cdot \frac{5}{5^y}$$

$$2^2 \cdot 5^y = 1000$$

$$10^y = 1000$$

$$y = 3$$

$$x = 1 - 3 = -2$$

Ответ: -2; 3.

3.2 Типовые задания для оценки знанийЛ 1-8; М 1-6; П 1-4, 8

КИМы по разделу 2. Основы тригонометрии.

Дайте развернутое решение и ответ.

Решите примеры:

9. $4\cos^2 x - 1 = 0$

$4\cos^2 x - 1 = 0$

$\cos^2 x = \frac{1}{4}$

$\cos x = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\cos x = -\frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{3}$ $\qquad$ $x = \frac{4\pi}{3}$

Ответ: $\frac{\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$.

10. $(\sin x + \cos x)^2 + 4\cos x - 1 = 0$

$\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x + 4\cos x - 1 = 0$

$\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x + 4\cos x - 1 = 0$

$1 + 2\sin x \cos x + 4\cos x - 1 = 0$

$2\sin x \cos x + 4\cos x = 0$

$2\cos x(\sin x + 2) = 0$

$2\cos x = 0$ $\qquad$ $\sin x + 2 = 0$

$\cos x = 0$ $\qquad$ $\sin x \neq -2$

$x = \frac{\pi}{2}$

Ответ: $\frac{\pi}{2}$.

3.3 Типовые задания для оценки знанийЛ 1-8; М 1-6; П 1-3, 5, 8.

КИМы по разделу 3. Начала математического анализа.

Дайте развернутое решение и ответ.

11. Найдите производную функции

$$f(x) = x^2 \ln x$$

$$f'(x) = (x^2)' \ln x + x^2 (\ln x)'$$

$$f'(x) = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \ln x + x$$

Ответ: $f'(x) = 2x \ln x + x$.

12. Найдите значение производной функции $f(x) = (3x)^2 - 4x + 90$ при x= -2

$$f(x) = 9x^2 - 4x + 90$$

$$f'(x) = 18x - 4$$

$$f'(-2) = 18 \cdot (-2) - 4 = -36 - 4 = -40$$

Ответ: -40.

13. Найдите неопределенный интеграл

$$\int (2x^3 - 12x^2 + 20x - 11)\mathrm{dx}$$

$$\int (2x^3 - 12x^2 + 20x - 11)\,dx = \frac{2x^{3+1}}{3+1} - \frac{12x^{2+1}}{2+1} + \frac{20x^{1+1}}{1+1} - 11x =$$

$$= \frac{2x^4}{4} - \frac{12x^3}{3} + \frac{20x^2}{2} - 11x = \frac{x^4}{2} - 4x^3 + 10x^2 - 11x + C$$

Ответ: $\frac{x^4}{2} - 4x^3 + 10x^2 - 11x + C$.

14. Найдите неопределенный интеграл

$$\int (10x^4 + 3x + 2)\mathrm{dx}$$

$$\int (10x^4 + 3x + 2)dx = \frac{10x^{4+1}}{4+1} + \frac{3x^{1+1}}{1+1} + 2x =$$

$$= \frac{10x^5}{5} + \frac{3x^2}{2} + 2x = 2x^5 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$$

Ответ: $2x^5 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$.

15. Вычислите определенный интеграл

$$\int_{-3}^{3} (x^2 - 2x + 3)\mathrm{dx}$$

$$\int_{-3}^{3} (x^2 - 2x + 3)dx = \left(\frac{x^{2+1}}{2+1} - 2\frac{x^{1+1}}{1+1} + 3x\right)\Big|_{-3}^{3} =$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 3x\right)\Big|_{-3}^{3} = \left(\frac{3^3}{3} - 3^2 + 3\cdot 3\right) - \left(\frac{(-3)^3}{3} - (-3)^2 + 3(-3)\right) =$$

$$= \left(\frac{27}{3} - 9 + 9\right) - \left(-\frac{27}{3} - 9 - 9\right) = 9 + 9 + 9 + 9 = 36$$

Ответ: 36.

16. Вычислите определенный интеграл

$$\int_{2}^{5} (3\mathrm{x}^2 + \mathrm{x} - 2)\mathrm{dx}$$

$$\int_2^5 (3x^2+x-2)\,dx = \left(\frac{3x^{2+1}}{2+1} + \frac{x^{1+1}}{1+1} - 2x\right)\Bigg|_2^5 =$$

$$= \left(\frac{3x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x\right)\Bigg|_2^5 = \left(5^3 + \frac{5^2}{2} - 2\cdot 5\right) - \left(2^3 + \frac{2^2}{2} - 2\cdot 2\right) =$$

$$= 125 + \frac{25}{2} - 10 - 8 - \frac{4}{2} + 4 = 109 + \frac{25}{2} = 109 + 12{,}5 = 121{,}5$$

Ответ: 121,5.

3.4 Типовые задания для оценки знанийЛ 1-8; М 1-6; П 1-3, 7, 8.

КИМы по разделу 4. Комбинаторика, статистика и теория вероятности.

Дайте развернутое решение и ответ.

17. В корзине пасхального зайца было 30 яиц: 9 зеленых, 8 красных, 5 желтых, остальные синие. По пути одно из яиц потерялось. Какова вероятность того, что пропавшим было синее яйцо?

$30 - 9 - 8 - 5 = 8$ – кол-во синих яиц

$P(A) = \frac{8}{30}$

Ответ: $\frac{8}{30}$.

18. Из колоды, содержащей 36 карт, вынимают наугад по одной карте. Какова вероятность следующих событий: A – первым извлечен туз; B – первой извлечена черная карта; C – извлечение второй карты – дама, если первым извлечен и отложен туз; D – извлечение третьей карты – черная масть, если первым извлекли и отложили черного валета, а второй – десятку пик?

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \qquad P(B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$P(C) = \frac{4}{36} \cdot \frac{4}{35} = \frac{16}{1260} = \frac{4}{315}$$

$$P(D) = \frac{4}{36} \cdot \frac{4}{35} \cdot \frac{16}{34} = \frac{256}{42840} = \frac{32}{5355}$$

Ответ: $P(A) = \frac{1}{9}$; $P(B) = \frac{1}{2}$; $P(C) = \frac{4}{315}$; $P(D) = \frac{32}{5355}$.

3.5 Типовые задания для оценки знанийЛ 1-8; М 1-6; П 1-3, 6, 8.

КИМы по разделу 5. Геометрия.

Дайте развернутое решение и ответ.

Решите следующие задачи.

19. Составьте уравнение гиперболы, если известны координаты ее фокусов

$(\pm 20;0)$ и эксцентриситет $e = \frac{5}{3}$.

$c = 20$

$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$

$\frac{20}{a} = \frac{5}{3}$

$a = \frac{20 \cdot 3}{5} = 12$

$b^2 = c^2 - a^2$

$b^2 = 20^2 - 12^2 = 400 - 144 = 256$

$$\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{256} = 1$$

Ответ: $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{256} = 1$

20. Площадь полной поверхности куба равна 54 см^2. Найдите его диагональ.

$6a^2 = 54$

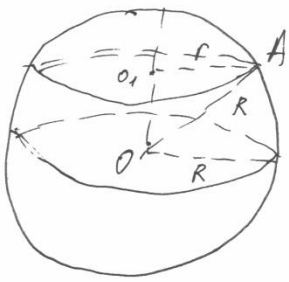
$a^2 = 9$

$a = 3$

$d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ см

Ответ: 3√3 см.

21. Плоскость проходит на расстоянии 8 см от центра шара. Радиус сечения равен 15 см. найдите площадь поверхности шара.



$r = 15$ см

$OO_1 = 8$ см

$S - ?$

$AO = \sqrt{OO_1^2 + O_1A^2}$

$AO = \sqrt{8^2 + 15^2}$

$AO = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289}$

$AO = 17$

$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 17^2$

$S = 1156\pi$ см^2

Ответ: 1156π см^2.

22. Сколько кубиков с ребром 4 см можно отлить из металлического шара диаметром 30 см?

$a = 4$ см

$D = 30$ см

$n - ?$

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^3 = 14130$ см^3

$V_1 = a^3 = 4^3 = 64$ см^3

$n = \frac{V}{V_1} = \frac{14130}{64} = 220$

Ответ: 220.

4. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Оценка освоения дисциплины предусматривает проведение **экзамена**

4.1 Вопросы к экзамену:

1. Корни и степени. Корни натуральной степени из числа и их свойства.
2. Степени с рациональными показателями, их свойства.
3. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительным показателем.
4. Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество.
5. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию.
6. Радианная мера угла.
7. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.
8. Основные тригонометрические тождества, формулы приведения.
9. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов.
10. Простейшие тригонометрические уравнения. Решение тригонометрических уравнений.
11. Функции. Область определения и множество значений, график функции.
12. Определение степенной функции, ее свойства и график.
13. Определение показательной функции, ее свойства и график.
14. Определение логарифмической функции, ее свойства и график.
15. Определение тригонометрических функций, их свойства и графики.
16. Обратные тригонометрические функции.
26. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.
27. Производная. Понятие о производной функции, её геометрический и физический смысл.
28. Производные суммы, разности, произведения, частного.
29. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.
30. Первообразная и интеграл. Основные формулы интегрирования.
31. Определенный и неопределенный интеграл. Принципиальное отличие.
32. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница.
33. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.
46. Основные понятия комбинаторики.

47. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов.

48. Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей.

53. Параллельность прямой и плоскости.

54. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

55. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей.

56. Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Выпуклые многогранники.

57. Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

58. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр.

59. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

60. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.

61. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.

62. Объем и его измерение.

63. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра.

64. Формулы объема пирамиды и конуса.

65. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса.

66. Формулы объема шара и площади сферы.

67. Шаровой сегмент.

68. Шаровой сектор.

69. Шаровой слой.

70. Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве.

71. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы, плоскости и прямой.

72. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов.

73. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами.

74. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение.

75. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

4.2 Задания к экзамену

Инструкция по выполнению работы

1. На выполнение экзамена в форме письменной контрольной работы по курсу «Математика» отводится 4 академических часа (180 минут).

2.Внимательно прочитайте предложенные задания и дайте развернутое решение и ответ.

Решите неравенства.

1. $\frac{x^2-9x+20}{7-x} \leq 0$

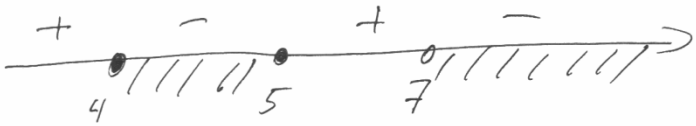
$x^2-9x+20=0$

$D=9^2-4\cdot1\cdot20=1$

$x_1=\frac{9-1}{2\cdot1}=4$ $\quad$ $x_2=\frac{9+1}{2\cdot1}=5$

$7-x=0$

$x_3=7$



Ответ: $[4;5] \cup (7;+\infty)$

2. $\frac{3x^2-108}{2x^2-392} < 0$

$3x^2-108=0$

$3x^2=108$

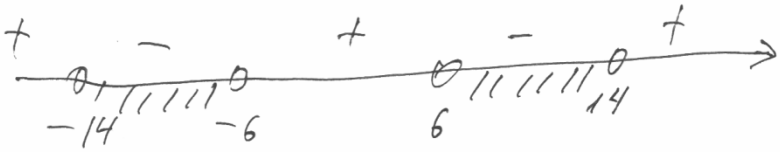
$x^2=36$

$x=\pm6$

$2x^2=392$

$x^2=196$

$x=\pm14$



Ответ: $(-14;-6) \cup (6;14)$.

3. $\frac{x^2+13x+30}{x-1} > 0$

$x^2+13x+30=0$

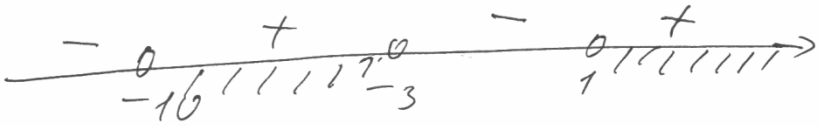
$D=13^2-4\cdot1\cdot30=49$

$x_1=\frac{-13-7}{2\cdot1}=-10$

$x_2=\frac{-13+7}{2\cdot1}=-3$

$x-1=0$

$x=1$



Ответ: $(-10;-3)\cup\ (1;\ +\infty\ )$.

Решите уравнения

4. $8-2x=\sqrt{x+1}$

$(8-2x)^2=(\sqrt{x+1})^2$

$64-32x+4x^2=x+1$

$4x^2-32x+64-x-1=0$

$4x^2-33x+63=0$

$D=(-33)^2-4\cdot4\cdot63=81$

$x_1=\frac{33-9}{2\cdot4}=3$

$x_2=\frac{33+9}{2\cdot4}=5,25$

Ответ: 3; 5.25.

5. $\sqrt{2x+2}=\frac{2x-5}{\sqrt{x+2}}$

$$\sqrt{2x+2}\cdot\sqrt{x+2}=2x-5$$

$$\sqrt{(2x+2)(x+2)}=2x-5$$

$$(2x+2)(x+2)=(2x-5)^2$$

$$2x^2+2x+4x+4=4x^2-20x+25$$

$$4x^2-20x+25-2x^2-2x-4x-4=0$$

$$2x^2-26x+21=0$$

$$D=(-26)^2-4\cdot2\cdot21=508$$

$$x_{1,2}=\frac{26\pm\sqrt{508}}{2\cdot2}=\frac{26\pm\sqrt{508}}{4}$$

Ответ: $\frac{26\pm\sqrt{508}}{4}$.

6. $\sqrt{5x^2-5x+9}=2x+1$

$$\sqrt{5x^2-5x+9}^2=(2x+1)^2$$

$$5x^2-5x+9=4x^2+4x+1$$

$$5x^2-5x+9-4x^2-4x-1=0$$

$$x^2-9x+8=0$$

$$D=(-9)^2-4\cdot1\cdot8=49$$

$$x_1=\frac{9-7}{2\cdot1}=1$$

$$x_2=\frac{9+7}{2\cdot1}=8$$

Ответ: 1; 8.

Решите неравенства

7. $(3x-2)\sqrt{x^2-5x+4}>0$

$$\begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases}$$

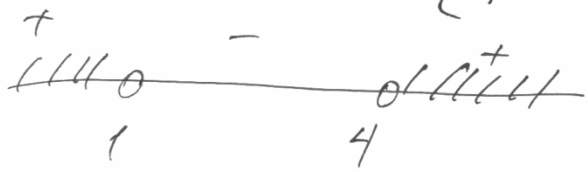
$3x > 2$

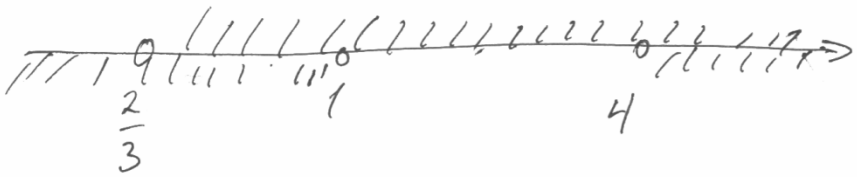
$x > \frac{2}{3}$

$x^2 - 5x + 4 > 0$

$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$

$x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2} = \left[\begin{array}{l} 1 \\ 4 \end{array}\right.$





Ответ: $\left(\frac{2}{3}; 1\right) \cup (4; +\infty)$.

8. $(2x - 9)\sqrt{x + 4} \leq 0$

$$\begin{cases} 2x-9 \le 0 \\ x+4 \ge 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \le 9 \\ x \ge -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \le 4,5 \\ x \ge -4 \end{cases}$$

Ответ: $\left[-4;\ \frac{9}{2}\right]$.

9. $\sqrt{2x^2+3x-5} > \sqrt{2x^2-5x+11}$

$$2x^2+3x-5 > 2x^2-5x+11$$

$$2x^2+3x-5-2x^2+5x-11>0$$

$$8x-16>0$$

$$8x>16$$

$$x>2$$

Ответ: $(2;\ +\infty)$.

Решите показательные уравнения

10. $3^{x+2} - 5 * 3^x = 36$

$$3^{x+2} - 5 \cdot 3^{x} = 36$$

$$3^{2} \cdot 3^{x} - 5 \cdot 3^{x} = 36$$

$$3^{x}(9-5) = 36$$

$$4 \cdot 3^{x} = 36$$

$$3^{x} = 9$$

$$x = 2$$

Ответ: 2.

11. $2^{x} * 5^{x} = 121 - 0{,}01 * 10^{x+3}$

$$10^x = 121 - 10^{-2} \cdot 10^{x+3}$$

$$10^x = 121 - 10^{x+1}$$

$$10^x = 121 - 10 \cdot 10^x$$

$$10^x + 10 \cdot 10^x = 121$$

$$10^x \cdot (1+10) = 121$$

$$11 \cdot 10^x = 121$$

$$10^x = 11$$

$$x = \lg 11$$

Ответ: $\lg 11$.

12. $2^{x-1} * 5^{x-1} + 0{,}01 * 10^{x+2} = 6$

$$\frac{2^x}{2} \cdot \frac{5^x}{5} + 0{,}01 \cdot 100 \cdot 10^x = 6$$

$$\frac{10^x}{10} + 10^x = 6$$

$$10^x\left(\frac{1}{10} + 1\right) = 6$$

$$\frac{11}{10} \cdot 10^x = 6$$

$$10^x = \frac{60}{11}$$

$$x = \lg\frac{60}{11}$$

Ответ: $\lg\frac{60}{11}$

13. $4^{x+1} + 2^{x+1} - 6 = 0$

$$4^{x+1} + 2^{x+1} - 6 = 0$$

$$4^x \cdot 4 + 2^x \cdot 2 - 6 = 0$$

$$4 \cdot 2^{2x} + 2 \cdot 2^x - 6 = 0$$

$$2^x = t$$

$$4t^2 + 2t - 6 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 4 (-6) = 100$$

$$t_1 = \frac{-2-10}{2 \cdot 4} = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$$

$$t_2 = \frac{-2+10}{2 \cdot 4} = \frac{8}{8} = 1$$

$$2^x \neq -\frac{3}{2} \qquad 2^x = 1$$

$$x = 0$$

Ответ: 0.

Решите логарифмические уравнения

14. $\lg(x + 3) = 3 - 2\lg 5$

$$\lg(x+3) + 2\lg 5 = 3$$

$$\lg(x+3) + \lg 5^2 = 3$$

$$\lg(25(x+3)) = \lg 1000$$

$$25(x+3) = 1000$$

$$25x + 75 = 1000$$

$$25x = 1000 - 75$$

$$25x = 925$$

$$x = 37$$

Ответ: 37.

15. $\log_3(x+5) = \log_3(x-3) + 2$

$$\log_3(x+5) - \log_3(x-3) = 2$$

$$\log_3 \frac{x+5}{x-3} = 2$$

$$\frac{x+5}{x-3} = 3^2$$

$$x+5 = 9(x-3)$$

$$x+5 = 9x - 27$$

$$9x - 27 - x - 5 = 0$$

$$8x - 32 = 0$$

$$8x = 32$$

$$x = 4$$

Ответ: 4.

16. $\log_3 \log_2 \log_x(3x+28) = 0$

$$\log_2(\log_x(3x+28)) = 1$$

$$\log_x(3x+28) = 2$$

$$\begin{cases} x > 0, \ x \neq 1 \\ 3x+28 = x^2 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x - 28 = 0$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1(-28) = 121$$

$$x_1 = \frac{3-11}{2 \cdot 1} = -\frac{8}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{3+11}{2 \cdot 1} = \frac{14}{2} = 7$$

Ответ: 7.

Решите систему уравнений

17. $\begin{cases} y - x = 7 \\ 3^x * 3^{2(y-1)} = 27 \end{cases}$

$$\begin{cases} y = x + 7 \\ 3^{x + 2(y-1)} = 3^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 7 \\ x + 2(y-1) = 3 \end{cases}$$

$y = x + 7$

$x + 2y - 2 = 3$

$x + 2(x+7) - 2 = 3$

$x + 2x + 14 - 2 - 3 = 0$

$3x + 9 = 0$

$3x = -9$

$x = -3$

$y = -3 + 7 = +4$

Ответ: -3; 4.

18. $\begin{cases} 243^x = 9^y \\ \frac{32^x}{128} = 256^{y+1} \end{cases}$

$$\begin{cases} 243^{x} = 9^{y} \\ \dfrac{32^{x}}{128} = 256^{y+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^{5x} = 3^{2y} \\ \dfrac{2^{5x}}{2^{7}} = 2^{8(y+1)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = 2y \\ 5x - 7 = 8(y+1) \end{cases}$$

$$5x - (5x - 7) = 2y - 8(y+1)$$

$$5x - 5x + 7 = 2y - 8y - 8$$

$$7 = -6y - 8$$

$$6y = -8 - 7$$

$$6y = -15$$

$$y = -2{,}5$$

$$5x = 2 \cdot (-2{,}5)$$

$$5x = -5$$

$$x = -1$$

Ответ: -1; -2,5.

19. $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2^y = 200 \cdot 5^x \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 1 - y \\ 2^y = 200 \cdot 5^x \end{cases}$$

$$2^y = 200 \cdot 5^{1-y}$$

$$2^y = 200 \cdot \frac{5}{5^y}$$

$$2^2 \cdot 5^y = 1000$$

$$10^y = 1000$$

$$y = 3$$

$$x = 1 - 3 = -2$$

Ответ: -2; 3.

Решите тригонометрические уравнения

20. Найдите $\sin x$, если $\cot x = \frac{7}{24}$, $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

$$ctg^2x+1=\frac{1}{\sin^2x}$$

$$\sin^2x=\frac{1}{ctg^2x+1}$$

$$\sin x=\pm\sqrt{\frac{1}{ctg^2x+1}}=\pm\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{7}{24}\right)^2+1}}$$

$$\sin x=\pm\sqrt{\frac{1}{\frac{49}{576}+1}}=\pm\sqrt{\frac{1}{\frac{49}{576}+\frac{576}{576}}}=\pm\sqrt{\frac{1}{\frac{625}{576}}}$$

$$\sin x=\pm\sqrt{\frac{576}{625}}=-\frac{24}{25}$$

Ответ: $-\frac{24}{25}$.

21. Найдите tgx, если $\cos x=-\frac{4}{5},\ \frac{\pi}{2}<x<\pi$

$$\frac{1}{\cos^2x}=1+tg^2x$$

$$tg^2x=\frac{1}{\cos^2x}-1$$

$$tg\,x=\pm\sqrt{\frac{1}{\cos^2x}-1}$$

$$tg\,x=\pm\sqrt{\frac{1}{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}-1}=\pm\sqrt{\frac{1}{\frac{16}{25}}-1}=\pm\sqrt{\frac{25}{16}-1}=\pm\sqrt{\frac{25}{16}-\frac{16}{16}}$$

$$tg\,x=\pm\sqrt{\frac{9}{16}}=-\frac{3}{4}$$

Ответ: $-\frac{3}{4}$.

22. $\sqrt{3}\tan 2x+1=0$

$$\sqrt{3}\,tg\,2x = -1$$

$$tg\,2x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$2x = arc\,tg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{5\pi}{6}$$

$$x = \frac{5\pi}{12}$$

Ответ: $\frac{5\pi}{12}$.

23. $4\cos^2 x - 1 = 0$

$4\cos^2 x - 1 = 0$

$\cos^2 x = \frac{1}{4}$

$\cos x = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\cos x = -\frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{3}$ $\qquad$ $x = \frac{4\pi}{3}$

Ответ: $\frac{\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$.

24. $(\sin x + \cos x)^2 + 4\cos x - 1 = 0$

$\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x + 4\cos x - 1 = 0$

$\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x + 4\cos x - 1 = 0$

$1 + 2\sin x \cos x + 4\cos x - 1 = 0$

$2\sin x \cos x + 4\cos x = 0$

$2\cos x(\sin x + 2) = 0$

$2\cos x = 0$ $\qquad$ $\sin x + 2 = 0$

$\cos x = 0$ $\qquad$ $\sin x \neq -2$

$x = \frac{\pi}{2}$

Ответ: $\frac{\pi}{2}$.

25. Найдите производную функции

$$f(x) = 34x^4 - 43x^2 - 3$$

$$f'(x) = 34 \cdot 4x^3 - 43 \cdot 2x^1$$

$$f'(x) = 136x^3 - 86x$$

Ответ: $f'(\mathrm{x}) = 136x^3 - 86\mathrm{x}$.

26. Найдите производную функции

$$f(x) = x^2 \ln x$$

$$f'(x) = (x^2)' \ln x + x^2 (\ln x)'$$

$$f'(x) = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \ln x + x$$

Ответ: $f'(x) = 2x \ln x + x$.

27. Найдите значение производной функции $f(x) = (3x)^2 - 4x + 90$ при x= -2

$$f(x) = 9x^2 - 4x + 90$$

$$f'(x) = 18x - 4$$

$$f'(-2) = 18 \cdot (-2) - 4 = -36 - 4 = -40$$

Ответ: -40.

28. Найдите значение производной функции $f(x) = \sqrt[3]{x}$ при $x = 64$.

$$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(64) = \frac{1}{3\sqrt[3]{64^2}} = \frac{1}{3 \cdot 16} = \frac{1}{48}$$

Ответ: $\frac{1}{48}$.

29. Найдите промежутки возрастания функции

$$f(x) = 6x^2 - 6x + 1$$

$$f'(x) = 12x - 6$$

$$12x - 6 = 0$$

$$12x = 6$$

$$x = \frac{1}{2}$$

x	$\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$

Ответ: $(0{,}5;\ +\infty)$.

30. Найдите точки экстремума функции.

$$f(x) = 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 - 12$$

$$f'(x) = 12x^3 - 36x^2 + 24x$$

$$12x^3 - 36x^2 + 24x = 0$$

$$12x(x^2 - 3x + 2) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1$$

$$x_2 = \frac{3-1}{2 \cdot 1} = 1$$

$$x_3 = \frac{3+1}{2 \cdot 1} = 2$$

x	$(-\infty;0)$	0	$(0;1)$	1	$(1;2)$	2	$(2;\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

Ответ: $x_{max} = 1;\ x_{min} = 0;\ x_{min} = 2.$

31. Найдите неопределенный интеграл

$$\int (2x^3 - 12x^2 + 20x - 11)\mathrm{dx}$$

$$\int (2x^3 - 12x^2 + 20x - 11)\,dx = \frac{2x^{3+1}}{3+1} - \frac{12x^{2+1}}{2+1} + \frac{20x^{1+1}}{1+1} - 11x =$$

$$= \frac{2x^4}{4} - \frac{12x^3}{3} + \frac{20x^2}{2} - 11x = \frac{x^4}{2} - 4x^3 + 10x^2 - 11x + C$$

Ответ: $\frac{x^4}{2} - 4x^3 + 10x^2 - 11x + C.$

32. Найдите неопределенный интеграл

$$\int (10x^4 + 3x + 2)\mathrm{dx}$$

$$\int (10x^4 + 3x + 2)\,dx = \frac{10x^{4+1}}{4+1} + \frac{3x^{1+1}}{1+1} + 2x =$$

$$= \frac{10x^5}{5} + \frac{3x^2}{2} + 2x = 2x^5 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$$

Ответ: $2x^5 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$

33. Вычислите определенный интеграл

$$\int_{-3}^{3} (x^2 - 2x + 3)\mathrm{dx}$$

$$\int_{-3}^{3}(x^2-2x+3)dx=\left(\frac{x^{2+1}}{2+1}-2\frac{x^{1+1}}{1+1}+3x\right)\Big|_{-3}^{3}=$$

$$=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}+3x\right)\Big|_{-3}^{3}=\left(\frac{3^3}{3}-3^2+3\cdot3\right)-\left(\frac{(-3)^3}{3}-(-3)^2+3(-3)\right)=$$

$$=\left(\frac{27}{3}-9+9\right)-\left(-\frac{27}{3}-9-9\right)=9+9+9+9=36$$

Ответ: 36.

34. Вычислите определенный интеграл

$$\int_{2}^{5}(3x^2+x-2)dx$$

$$\int_{2}^{5}(3x^2+x-2)dx=\left(\frac{3x^{2+1}}{2+1}+\frac{x^{1+1}}{1+1}-2x\right)\Big|_{2}^{5}=$$

$$=\left(\frac{3x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big|_{2}^{5}=\left(5^3+\frac{5^2}{2}-2\cdot5\right)-\left(2^3+\frac{2^2}{2}-2\cdot2\right)=$$

$$=125+\frac{25}{2}-10-8-\frac{4}{2}+4=109+\frac{25}{2}=109+12{,}5=121{,}5$$

Ответ: 121,5.

35. Решите уравнение

$$C_n^2=C_5^3$$

$$\frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!}, \quad n>2$$

$$\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{2}\,\cancel{(n-2)!}} = \frac{120}{6\cdot\cancel{2}}$$

$$n(n-1) = 20$$

$$n^2 - n = 20$$

$$n^2 - n - 20 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4\cdot 1(-20) = 81$$

$$n_1 = \frac{1-9}{2\cdot 1} = -4$$

$$n_2 = \frac{1+9}{2\cdot 1} = 5$$

Ответ: 5.

36. Решите уравнение

$$\frac{A_5^2 + A_8^4}{A_5^2} - x^2 = A_5^3$$

$$\frac{\frac{5!}{(5-2)!} + \frac{8!}{(8-4)!}}{\frac{5!}{(5-2)!}} - x^2 = \frac{5!}{(5-3)!}$$

$$\frac{\frac{5!}{3!} + \frac{8!}{4!}}{\frac{5!}{3!}} - x^2 = \frac{5!}{2!}$$

$$\frac{\frac{120}{6} + \frac{40320}{24}}{\frac{120}{6}} - x^2 = \frac{120}{2}$$

$$\frac{20 + 1680}{20} - x^2 = 60$$

$$\frac{1700}{20} - x^2 = 60$$

$$85 - x^2 = 60$$

$$x^2 = 85 - 60$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

Ответ: 5.

37. В корзине пасхального зайца было 30 яиц: 9 зеленых, 8 красных, 5 желтых, остальные синие. По пути одно из яиц потерялось. Какова вероятность того, что пропавшим было синее яйцо?

$30-9-8-5=8$ – кол-во синих яиц

$P(A)=\frac{8}{30}$

Ответ: $\frac{8}{30}$.

38. Из колоды, содержащей 36 карт, вынимают наугад по одной карте. Какова вероятность следующих событий: A – первым извлечен туз; B – первой извлечена черная карта; C – извлечение второй карты – дама, если первым извлечен и отложен туз; D – извлечение третьей карты – черная масть, если первым извлекли и отложили черного валета, а второй – десятку пик?

$P(A)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$ $\qquad$ $P(B)=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

$P(C)=\frac{4}{36}\cdot\frac{4}{35}=\frac{16}{1260}=\frac{4}{315}$

$P(D)=\frac{4}{36}\cdot\frac{4}{35}\cdot\frac{16}{34}=\frac{256}{42840}=\frac{32}{5355}$

Ответ: $P(A)=\frac{1}{9}$; $P(B)=\frac{1}{2}$; $P(C)=\frac{4}{315}$; $P(D)=\frac{32}{5355}$.

39. Даны два вектора $\vec{a}=12\vec{i}+8\vec{j}-9\vec{k}$ и $\vec{b}=4\vec{i}-\vec{j}-8\vec{k}$, найдите угол между ними.

$$\cos\alpha = \frac{12\cdot 4 + 8(-1) + (-9)(-8)}{\sqrt{12^2+8^2+(-9)^2}\,\sqrt{4^2+(-1)^2+(-8)^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{48-8+72}{\sqrt{289}\,\sqrt{81}} = \frac{112}{17\cdot 9} = \frac{112}{153}$$

$$\alpha = \arccos\frac{112}{153}$$

Ответ: $\arccos\frac{112}{153}$.

40. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\alpha = 150°$. Зная что $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 12$ вычислить $\left|\left(4\vec{a}-2\vec{b}\right)\times\left(\vec{a}-4\vec{b}\right)\right|$.

$$\left|4\vec{a}^2 - 2\vec{b}\times\vec{a} - 16\vec{a}\times\vec{b} + 8\vec{b}^2\right| =$$

$$\left|0 + 2\vec{a}\times\vec{b} - 16\vec{a}\times\vec{b} + 0\right| = \left|-14\vec{a}\times\vec{b}\right| =$$

$$= \left|-14\cdot 5\cdot 12\cdot \sin 150°\right| = \left|-14\cdot 5\cdot 12\cdot \frac{1}{2}\right| = \left|-420\right| = 420$$

Ответ: 420.

41. Вычислите угол между прямой $\frac{x-1}{5} = \frac{y+7}{10} = \frac{z+3}{10}$ и плоскостью *4x+20y-5z-25=0.*

$$\sin\alpha = \frac{5\cdot 4 + 10\cdot 20 + 10(-5)}{\sqrt{5^2+10^2+10^2}\,\sqrt{4^2+20^2+(-5)^2}}$$

$$\sin\alpha = \frac{20+200-50}{\sqrt{225}\,\sqrt{441}} = \frac{170}{15\cdot 21} = \frac{170}{315}$$

$$\alpha = \arcsin\frac{170}{315}$$

Ответ: $\arcsin\frac{170}{315}$.

42. Составьте уравнение гиперболы, если известны координаты ее фокусов

$(\pm 20;0)$ и эксцентриситет $e = \frac{5}{3}$.

$c = 20$

$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$

$\frac{20}{a} = \frac{5}{3}$

$a = \frac{20\cdot 3}{5} = 12$

$b^2 = c^2 - a^2$

$b^2 = 20^2 - 12^2 = 400 - 144 = 256$

$$\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{256} = 1$$

Ответ: $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{256} = 1$

43. Площадь полной поверхности куба равна 54 см^2. Найдите его диагональ.

$6a^2 = 54$

$a^2 = 9$

$a = 3$

$d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ см

Ответ: $3\sqrt{3}$ см.

44. Три одинаковых металлических куба с ребрами по 4 см сплавлены в один куб. Определить площадь поверхности этого куба.

$V_1 = 4^3 = 64$ см^3

$V_2 = 64 \cdot 3 = 192$ см^3

$a^3 = 192$

$a = \sqrt[3]{192} = 4\sqrt[3]{3}$

$S = 6a^2 = 6 \cdot (4 \cdot \sqrt[3]{3})^2 = 6 \cdot 16 \cdot \sqrt[3]{9} = 96\sqrt[3]{9}$ см^2

Ответ: $96\sqrt[3]{9}$ см^2.

45. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, в основании которого прямоугольник со сторонами 9 см и 6 см, равна 168 см^2. Найдите диагональ параллелепипеда.

$S_{пп} = 2(ab + bc + ac)$

$a = 9$

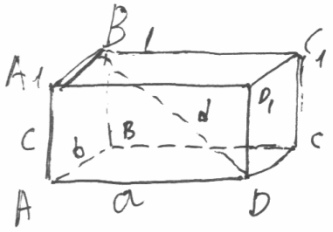
$b = 6$

$168 = 2(9 \cdot 6 + 6 \cdot c + 9c)$

$84 = 54 + 15c$

$30 = 15c$

$c = 2$



$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{9^2 + 6^2 + 2^2} = \sqrt{121} = 11$

Ответ: 11 см.

46. Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 25 см, 12,5 см и 6,5 см. Плотность кирпича 1800 кг/м^3. Найдите его массу.

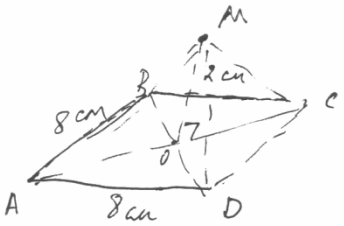
$V = abc$

$V = 0{,}25\,м \cdot 0{,}125\,м \cdot 0{,}065\,м = 0{,}00203\,м^3$

$m = \rho V = 0{,}00203 \cdot 1800 = 3{,}65$ кг

Ответ: 3,65 кг

47. Сторона квадрата равна 8 см. Точка, равноудаленная от всех вершин квадрата, находится на расстоянии 2 см от точки пересечения его диагоналей. Найдите расстояние от этой точки до вершин квадрата.



$AC = BD = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{192} = 8\sqrt{2}$

$OD = BO = \frac{1}{2} BD = 4\sqrt{2}$

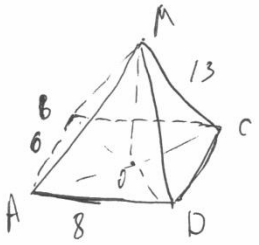
$AO = OC = \frac{1}{2} AC = 4\sqrt{2}$

$MC = MD = MA = MB$

$MC = \sqrt{MO^2 + OC^2} = \sqrt{2^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{4 + 32} = \sqrt{36} = 6$

Ответ: 6 см.

48. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Все боковые ребра равны 13 см. Найдите объем пирамиды.



$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2}$

$AC = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

$OC = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$

$MO = \sqrt{MC^2 - OC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2}$

$MO = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$

$V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot AD \cdot MO$

$V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 8 \cdot 12 = 192$

Ответ:192 см^3.

49. Площадь осевого сечения цилиндра равна 64 см^2, а его образующая равна диаметру основания. Найдите объем цилиндра.

$BC = CD$

$H = d$

$H \cdot d = 64$

$H^2 = 64$

$8 = H = d$

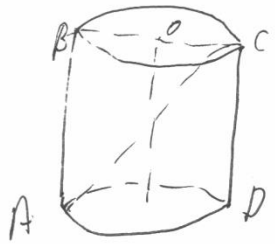
$r = \frac{d}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$V = \pi R^2 H$

$V = 4^2 \cdot 8 \cdot \pi = 128\pi$ см^3

Ответ: 128π см^3.

50. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна 10√2 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.



$AC = 10\sqrt{2}$

$H = d$

$H^2 + H^2 = (10\sqrt{2})^2$

$2H^2 = 200$

$H^2 = 100$

$H = 10$

$R = \frac{d}{2} = \frac{10}{2} = 5$

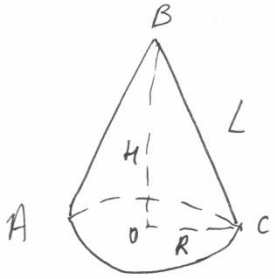
$S_{пп} = S_{бок} + 2S_{осн}$

$S_{пп} = 2\pi RH + 2 \cdot \pi R^2$

$S_{пп} = 2\pi \cdot 5 \cdot 10 + 2 \cdot \pi \cdot 5^2 = 100\pi + 50\pi = 150\pi$

Ответ: 150π см^2.

51. Образующая конуса равна 5 см, площадь его боковой поверхности равна 15π см^2. Найдите объем конуса.



$BC = 5$ см

$S_{бок} = \pi R L$

$15\pi = \pi \cdot R \cdot 5$

$15\pi = 5\pi R$

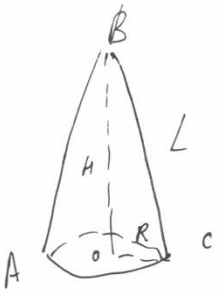
$R = 3$

$H = \sqrt{L^2 - R^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$ см^3

Ответ: 12π см^3.

52. Высота конуса равна 8 см, объем 96π см^3. Найдите площадь полной поверхности конуса.



$V = 96\pi$ см^3

$H = 8$ см

$\frac{1}{3}\pi R^2 H = 96\pi$

$\frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot 8 = 96\pi$

$R^2 = 36$

$R = 6$

$L = \sqrt{(H^2 + R^2)} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$

$S_{пп} = S_{бок} + S_{осн}$

$S_{пп} = \pi R L + \pi R^2$

$S_{пп} = \pi \cdot 6 \cdot 10 + \pi \cdot 6^2 = 60\pi + 36\pi = 96\pi$ см^2

Ответ: 96π см^2.

53. Объем шара равен 36π см^3. Найдите площадь поверхности шара.

$V = 36\pi$ см^3

S_1 — ?

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$36\pi = \frac{4}{3}\pi R^3$

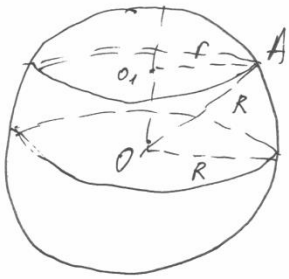
$R^3 = 27$

$R = 3$

$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$ см^2

Ответ: 36π см^2.

54. Плоскость проходит на расстоянии 8 см от центра шара. Радиус сечения равен 15 см. найдите площадь поверхности шара.



$r = 15$ см

$OO_1 = 8$ см

S — ?

$AO = \sqrt{OO_1^2 + O_1A^2}$

$AO = \sqrt{8^2 + 15^2}$

$AO = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289}$

$AO = 17$

$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 17^2$

$S = 1156\pi$ см^2

Ответ: 1156π см^2.

55. Сколько кубиков с ребром 4 см можно отлить из металлического шара диаметром 30 см?

$a = 4$ см

$D = 30$ см

n — ?

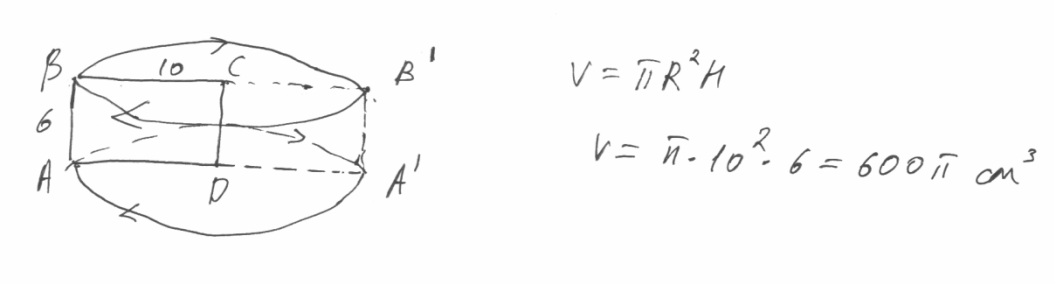
$V = \frac{4}{3}\pi R_1^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^3 = 14130$ см^3

$V_1 = a^3 = 4^3 = 64$ см^3

$n = \frac{V}{V_1} = \frac{14130}{64} = 220$

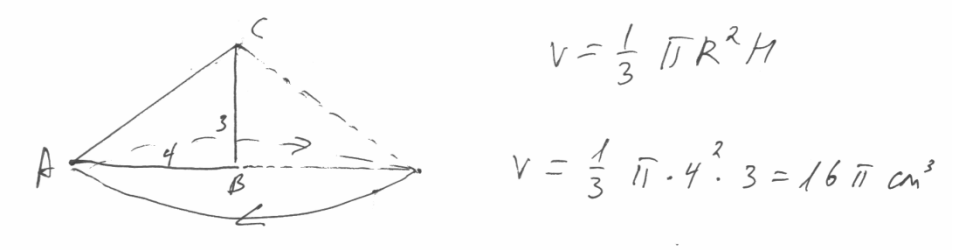
Ответ: 220.

56. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 10 см вокруг меньшей стороны



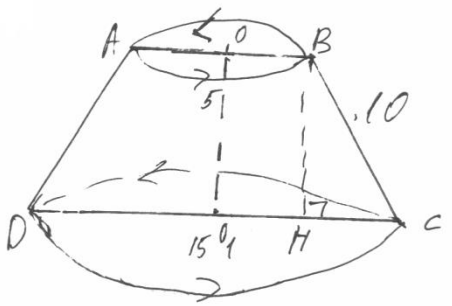
Ответ: 600π см^3.

57. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 3 см и 4 см вокруг малого катета.



Ответ: 16π см^3.

58. Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 15 см, а боковая сторона равна 10 см. Вычислите объем фигуры, образуемой при вращении этой трапецией вокруг своей оси.



$AB = 5$ см
$BC = 10$ см
$CD = 15$ см

$V - ?$

$O_1C = \frac{CD}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5$

$OB = \frac{AB}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

$OB = O_1H$

$CH = O_1C - H_1O$

$CH = 7{,}5 - 2{,}5 = 5$

$BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

$V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$

$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 5\sqrt{3}(7{,}5^2 + 7{,}5 \cdot 2{,}5 + 2{,}5^2) = \frac{1625\sqrt{3}\pi}{12}$

Ответ: $\frac{1625\sqrt{3}\square}{12}$ см^2.

5. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЭКЗАМЕНА

При определении оценки необходимо исходить из следующих критериев:

- сумма знаний, которыми обладает студент (теоретический компонент – системность знаний, их полнота, достаточность, действенность знаний, прочность, глубина и др. критерии оценки);
- понимание сущности педагогических явлений и процессов и их взаимозависимостей;
- умение видеть основные проблемы (теоретические, практические), причины их возникновения;
- умение теоретически обосновывать возможные пути решения существующих проблем (теории и практики).

Оценка «отлично»:

Оценка «5» (отлично) ставится за 9 или 10 выполненных заданий.

Оценка «хорошо»:

Оценка «4» (хорошо) выставляется при выполнении 6 заданий.

Оценка «удовлетворительно»:

На оценку «3» (удовлетворительно) студент должен выполнить не менее четырех заданий.

Оценка «неудовлетворительно»:

Оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если студент выполнил менее 4-х заданий.

Приложение 1

ШАБЛОН БЛАНКА ЭКЗАМЕНА

ГБПОУ «Саткинский медицинский техникум»

Рассмотрено предметной комиссией «Утверждаю»

«____» _____20__год Замдиректора по УР_____

Председатель комиссии_____ «___»_____20__год

ЭКЗАМЕН

по дисциплине ОДБ 05 «Математика»

Билет № ___

1. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 9x + 20}{7 - x} \leq 0$$

2. Решите уравнение:

$$8 - 2x = \sqrt{x + 1}$$

3. Решите уравнение:

$$\lg(x + 3) = 3 - 2\lg 5$$

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\alpha = 150°$. Зная что $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 12$ вычислить $\left[\left(4\vec{a} - 2\vec{b}\right) \times \left(\vec{a} - 4\vec{b}\right)\right]$.

5. Найдите tgx, если $\cos x = -\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

6. Найдите точки экстремума функции.

$$f(x) = 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 - 12$$

7. Из колоды, содержащей 36 карт, вынимают наугад по одной карте. Какова вероятность следующих событий: A – первым извлечен туз; B – первой извлечена черная карта; C – извлечение второй карты – дама, если первым извлечен и отложен туз; D – извлечение третьей карты – черная масть, если первым извлекли и отложили черного валета, а второй – десятку пик?

8. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $10\sqrt{2}$ см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

9. Высота конуса равна 8 см, объем 96π см^3. Найдите площадь полной поверхности конуса.

10. Площадь осевого сечения равна 64 см^2, а его образующая равна диаметру основания. Найдите объем цилиндра.

Подпись преподавателя_____

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ:

Основная:

1. Математика : алгебра и начала математического анализа; геометрия / Луканкин А. Г. - Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2018. - 560 с. - ISBN 978-5-9704-4361-3. - Текст : электронный // URL : http://www.medcollegelib.ru/book/ISBN9785970443613.html

интернет-ресурсы

www.fcior.edu.ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).

www.school-collection.edu.ru (Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов).